PROGRAM STUDI PENDIDIKAN IPA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

SERTIFIKAT

No. 2887/UN34. 13/TU/2016

Diberikan kepada:

Didik Setyawarno, M.Pd

FMIPA UNY

Atas Partisipasinya sebagai:

PEMATERI

Pada Kegiatan Pelatihan Guru IPA SMP Kabupaten Sleman Yogyakarta dengan judul "Pelatihan Optimalisasi Peranan Lab. IPA dalam Pembelajaran IPA dan Pengembangan Instumen Penilaian Berbasis Grafik bagi Guru IPA SMP di Sleman, Yogyakarta"

yang diselenggarakan pada tanggal 1 Oktober 2016 di Ruang Laboratorium IPA 1 FMIPA UNY

Yogyakarta, 3 Oktober 2016

Dekan FMIPA UNY

Dr. Hartono, M.Si
NIP. 19620329 198702 1 002

Ketua Tim Pelaksana

Drs. Eko Widodo, M.Pd.
NIP. 19591212 198702 1 001

GRAFIK SEBAGAI SOAL IPA BERBASIS BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Suplemen materi untuk pelatihan guru IPA

Didik Setyawarno
Jurusan Pendidikan IPA FMIPA

GRAFIK PENGAMATAN DAN ANALISA

A. Pendahuluan

Pengambaran grafik yang benar dan teliti, akan sangat mempengaruhi hasil analisa yang diperoleh. Untuk itu seorang pengamat/peneliti harus menguasai tentang metode analisa grafik. Tidak semua grafik dapat dipergunakan untuk dasar analisa, tergantung jenis pengamatan (kelakuan fisis). Apakah kelakuan fisis merupakan variable-variabel yang berfungsi secara matematis, atau tidak berfungsi. Grafik analisa biasanya mempunyai fungsi matematik tertentu. Dari keterangan tersebut dapat dibedakan ada 2 jenis grafik yaitu:

1. Grafik ; sekedar tampilan data (tanpa fungsi matematik)
2. Grafik; sebagai sumber analisa data (Grafik-analisa); mempunyai fungsi matematik tertentu; missal linear; eksponen; kwadrat; dsb.

B. Metode Grafik Sebagai Analisa Data

Grafik analisa merupakan grafik yang terbentuk dari hasil olahan data pengamatan, kemudian di-plot sesuai dengan sumbu-sumbu yang dikehendaki yang akan menjadi dasar untuk menghitung/ menganalisa data. Grafik analisa biasanya mempunyai fungsi (persamaan) teori; sehingga dalam penarikan garis data pada grafik sudah mempunyai bentuk kurva tertentu, missal linear atau lainnya. Akan tetapi bentuk garis linear lebih memberikan banyak informasi analisis, sehingga ketika persamaan teori bukan persamaan linear, perlu dilakukan pe-linearan terlebih dahulu dalam penggambaran grafik analisa.

Kenapa garis linear lebih baik dibanding model grafik lainnya, hal ini karena garis linear lebih mudah dilihat secara visual (tepat/menyimpang); juga garis linear mempunyai besaran-besaran grafik paling komplit dan mudah dihitung. Besaran-besaran garfik yang ada pada garis linear berupa titik potong dan gradient grafik; besaran-besaran inilah yang digunakan sebagai dasar analisa untuk menghitung besaran fisis yang dikehendaki dalam pengamatan.

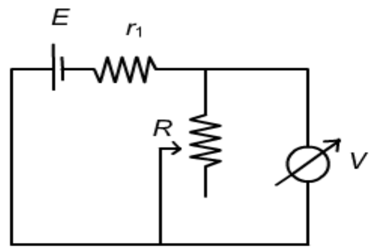
Beberapa contoh sederhana penggunaan grafik sebagai dasar analisa adalah :

1. Hukum Boyle : PV = k

   Persamaan tersebut akan diselidiki dengan grafik linear, untuk itu perlu pelinearan menjadi : P = k ($\frac{1}{V}$) ; yang akhirnya dipilih besaran (P) pada sumbu vertikal grafik, dan ($\frac{1}{V}$) sebagai sumbu horizontal grafik. Gradien grafik adalah = (k), dan grafik akan memotong di titik origin grafik.
2. Hukum Coulomb : F = k ($1/r^2$)

   Dengan memilih sumbu horizontal grafik sebagai ($1/r^2$) dan sebagai sumbu vertical besaran (F) ; maka grafik analisa berupa garis linear dengan gradient grafiknya adalah sama dengan (k), dan grafik akan melalui titik origin grafik.

3. Persamaan pada rangkaian listrik sederhana yang terdiri atas battery (E) sebagai sumber tegangan DC, hambatan luar ($R_{Variabel}$) , hubungan tegangan (V) pada hambatan (R) yang dialiri arus dari battery tersebut adalah :

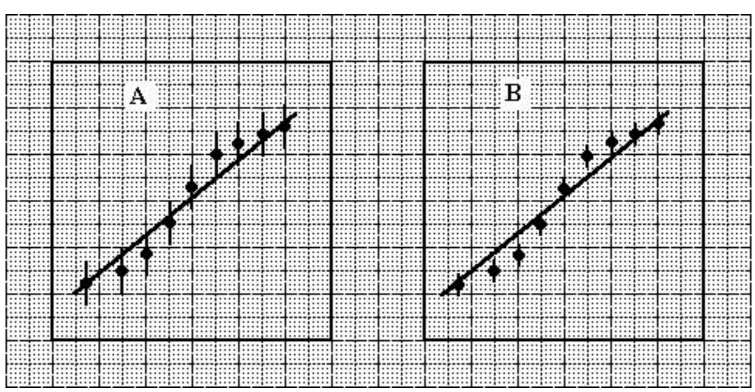


$$\frac{1}{V} = \frac{1}{E} + \left(\frac{r_1}{E}\right)\frac{1}{R}$$

Dengan E = tegangan battery; r_1 = hambatan dalam battery. Untuk membuat grafik analisa dipasang sebagai sumbu horizontal grafik adalah $(\frac{1}{R})$ dan sebagai sumbu vertical grafik adalah $(\frac{1}{V})$, sehingga diperoleh gradient grafik linear sebagai $\left(\frac{r}{E}\right)$; dan grafik akan memotong pada sumbu vertical dengan nilainya sama dengan nilai besaran $(\frac{1}{E})$.

C. Ralat Grafik

Ralat grafik adalah ralat yang menyangkut nilai dari besaran-besaran grafik yaitu gradient dan titik potongnya. Jadi ralat grafik sama dengan ralat dari gradient grafik dan ralat titik potong grafik. Kenapa timbul ralat grafik? Jawabnya ya mesti ada ralat grafik, bukankah garis grafik terbentuk dari pasangan data pengamatan, sedangkan kita telah bahas panjang lebar tentang ralat data pengamatan, sehingga logika mengakatan bahwa kalau titik-titik data grafik mempunyai ralat maka garis grafik yang terbentuk dari titik-titik tersebut pasti ber-ralat. Perhatikan beberapa ilustrasi berikut, bahwa titik data yang ber-ralat akan memberikan dampak terhadap garis grafik yang terbentuk dari titik-titik tersebut.

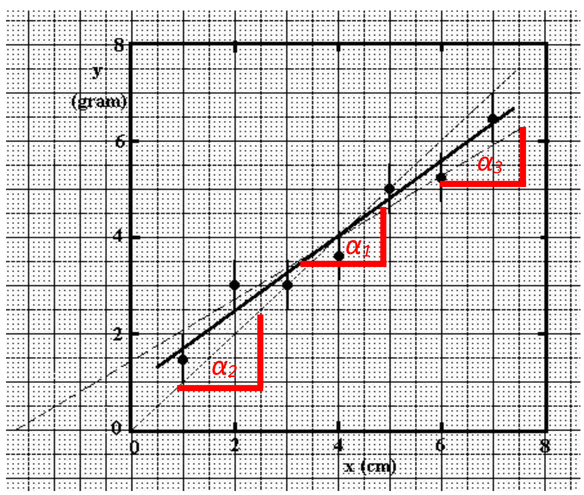


Pada gambar-A: ralat titik-titik data pada grafik cukup jelas tergambar dikarenakan nilai ralatnya cukup besar sehingga secara keseluruhan fluktuasi titik tidak kelihatan pada garis grafik, namun lain dengan gambar-B: karena ralat titik-titik data kecil sehingga fluktuasi data secara signifikan jelas terlihat pada garis grafik yang diambil. Karena garis grafik terbentuk dari alur titik-titik data, sedangkan titik-titik data mempunyai ralat maka logika kita akan mengatakan bahwa garis grafik yang terbentuk juga akan menyimpang (ber-ralat). Titik data yang ber-ralat digambarkan dengan suatu titik yang mempunyai batang (lihat gambar), sehingga titik tersebut dapat dipandang sebagai sebuah titik yang nilainya terbentang antara nilai (max-min).

GAMBAR TITIK DATA BER-RALAT

TITIK DATA DAPAT DIPANDANG SEBAGAI SUATU TITIK YANG BERNILAI (MAX-MIN), PADA GRAFIK DIGAMBAR SEBAGAI TITIK YANG BERBATANG (BER-BENDERA)

Akibat dari titik data yang secara visual pada grafik digambarkan sebagai titik yang bernilai max-min, maka garis grafik yang dihasilkan juga garis-max dan garis-min.



Garis max-min pada grafik

Nilai kemiringan rata-rata adalah

$$\alpha_{rata-rata} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3}{3}$$

Nilai ralatnya adalah

$\Delta\alpha_1 = |\alpha_1 - \alpha_2|$ dan $\Delta\alpha_1 = |\alpha_1 - \alpha_3|$

Sehingga diperoleh

$$\Delta\alpha = \frac{|\Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_1|}{2}$$

Jika yang ingin dicari adalah titik potong dengan sumbu y, atau konstanta c dari persamaan

$$y = mx + c$$

Maka plot confidence bands dan linear fit hingga memotong sumbu y, sehingga diperoleh persamaan:

$$c_{rata-rata} = \frac{c_1 + c_2 + c_3}{3}$$

Nilai ralatnya adalah

$\Delta c_1 = |c_1 - c_2|$ dan $\Delta c_1 = |c_1 - c_3|$

Sehingga diperoleh

$$\Delta c = \frac{|\Delta c_1 + \Delta c_1|}{2}$$

Sehingga persamaan y = mx + c menjadi

$$y = (m \pm \Delta m)x + (c \pm \Delta c)$$

Dalam grafik berbentuk garis lurus, hampir dalam semua keadaan, anda berkepentingan memperoleh kemiringan (gradient) dan perpotongan dengan sumbu-sumbu koordinat. Juga ada baiknya anda memberikan perkiraan ralat dari dua atau tiga besaran tersebut. Suatu cara yang sederhana dan cepat ialah menarik garis ekstrim (garis batas) melalui “pusat berat” (*center of gravity*) dari titik-titik data. Jika semua ralat pada titik data sama besar, maka “pusat berat” ini terletak di sekitar tengah-tengah, jika ralat tidak sama besar, maka pusat berat ini tergeser ke arah titik-titik dengan ralat terkecil. Kemiringan dan perpotongan dapat ditentukan secara grafis dari dua ekstrim ini. “Garis terbaik “ terletak kira-kira di tengah-tengah dua ekstrim ini.

Contoh grafik diatas, dengan metode analisa “max-min” diperoleh hasil :

Kemiringan	:	(0,8 ± 0,2) gram/cm
Perpotongan dengan sumbu-x	:	-(1,2 ± 1,2) cm
Perpotongan dengan sumbu-y	:	(0,8 ± 0,8) gram

D. Metode Regresi Linear

Metode regresi linear sering digunakan dalam analisa data hasil eksperimen dalam segala kasus, bahkan apabila fenomena yang muncul tidak linear maka dalam analisa data dilinearkan dahulu kemudian dianalisa dengan metode linear. (Dilakukan proses pelinearan terlebih dahulu sebelum di aplikasikan pada metode regresi linear). Contoh sederhana misalnya pada kasus osilasi bandul matematis, sebagai dasar teori diberikan persamaan pendekatan:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right) l$$

Secara teori hubungan T^2 fungsi l merupakan hubungan yang linear, artinya berapa pun nilai l akan memberikan fenomena linear pada nilai T^2. Padahal bila diamati betul pada eksperimen tidak semua variasi l akan memberikan nilai T^2 yang memberikan hubungan linear, hal ini bisa terjadi karena sifat fisis ayunan yang akan dipenuhi untuk panjang tali tertentu (terlalu panjang ayunan menjadi sangat lambat, sedang terlalu pendek ayunan menjadi cepat dan segera berhenti) atau adanya kesalahan pengamatan.

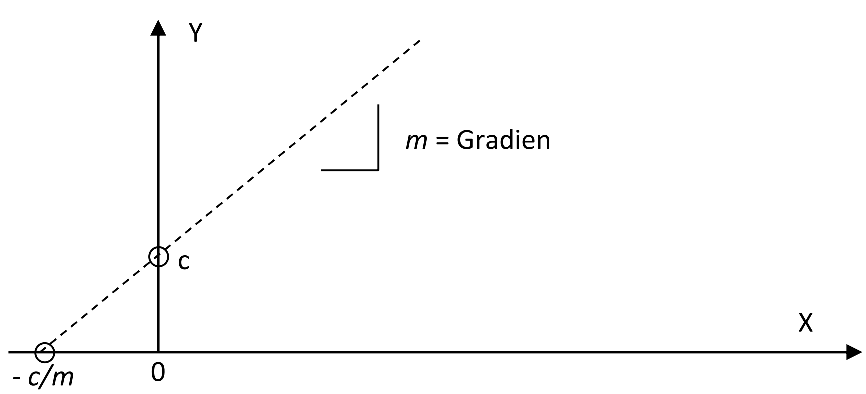
Perlu difahami bahwa teori regresi akan memberikan penyesesaian pasangan data (X_i;Y_i) untuk dianalisa pada regresi yang diharapkan; untuk itu bila di-inginkan akan dianalisa dengan linear maka data pasangan (X_i;Y_i) harus diyakinkan berfungsi linear (secara visual dapat di tampilkan pada grafik pengamatan). Bila pada persamaan teori belum secara langsung menggambarkan hubungan yang linear, maka dilakukan proses pelinearan terlebih dahulu.

E. Rumus Regresi Linear

Persamaan regresi linear diturunkan untuk menghitung pasangan data X_i dan Y_i yang memenuhi hubungan linear, yaitu:

$$y = mx + c$$

Dalam penampilan grafik y = f (x) sebagai berikut:



Gambar: Grafik fungsi $y = mx + c$

Gradient grafik:

$$m = \frac{N\sum(x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}{N\sum x^2 - (\sum x_i)^2}$$

N = cacah data yang dianalis

Titik potong grafik terhadap sumbu y:

$$c = \frac{N\sum {x_i}^2 \sum y_i - \sum x_i \sum(x_i y_i)}{N\sum x^2 - (\sum x_i)^2}$$

Titik potong grafik terhadap sumbu x:

$$\left(\frac{c}{m}\right) = -\frac{N\sum {x_i}^2 \sum y_i - \sum x_i \sum(x_i y_i)}{N\sum(x_i y_i) - \sum x_i \sum y_i}$$

Teori regresi linear dapat dipergunakan untuk menentukan garis lurus terbaik dari sebaran data pasangan (x_i:y_i) yang secara eksplisit tidak membatasi, apakah pasangan data tersebut betul – betul nmembentuk garis lurus. Hal ini akan berakibat bahwa pasangan data (x_i;y_i) sembarang dapat dipilih garis lurusnya (artinya teori regresi tetap akan dapat menginformasikan hasil linear). Inilah yang sering menimbulkan kesalahan dalam penggunaan analisa data eksperimen.

F. Ralat Regresi Linear

Persamaan regresi yang secara umum ditulis sebagai:

$$y = mx + c$$

Memberikan pengertian bahwa apabila dilakukan penggambaran grafik antara besaran (y) dan besaran variable (x) akan memberikan hubungan linear, dengan gradient grafiknya (m) dan titik potong grafik terhadap sumbu-Y adalah (c). Nilai besaran gradient (m) dan titik potong (c) sudah dijabarkan pada sub bab diatas; namun bagaimana dengan nilai toleransi (ralat) dari besaran-besaran tsb. Nilai ralat regresi linear dari persamaan tersebut sebagai berikut.

$S_y = \sqrt{\frac{\Sigma(\delta_{yi})^2}{N-2}}$; ini merupakan tetapan (S_y)

$${S_y}^2 = \frac{1}{N-2}\sum_{i=1}^{N}(y_i - mX_i - c)^2$$

$${S_A}^2 = N\,{S_y}^2/\Delta$$

$${S_B}^2 = {S_y}^2 \sum \frac{xi^2}{\Delta}$$

$$\Delta = N(\sum {x_i}^2) - (\sum x_i)^2$$

Keterangan: A = gradient ; B = titik potong

S_A = ralat gradient; S_B = ralat titik potong

N = banyaknya data regresi

G. Contoh Penerapan Metode Regresi Linear

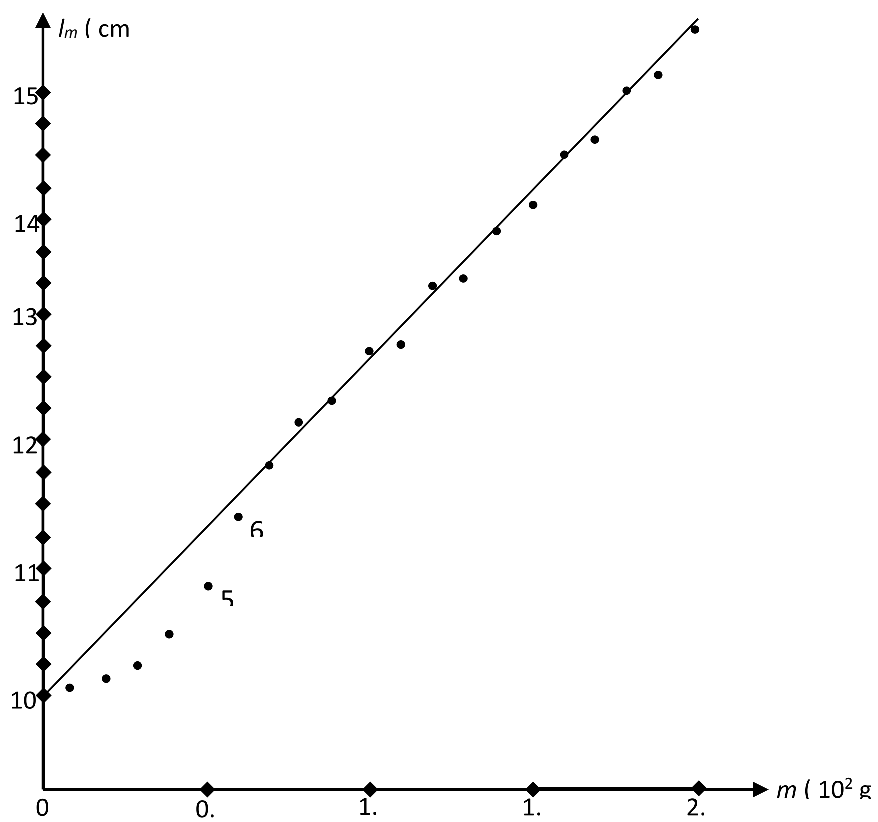
Sebagai salah satu contoh kasus sederhana pada fenomena pegas terbebani massa. Data pengamatan berupa variasi massa beban m dan dicatat panjang pegas berbeban tersebut sebagai l_m dengan dasar teori:, ditunjukkan dalam Tabel I.

$$l_m = l_0 + \left(\frac{g}{k}\right) m$$

Tabel I: Data Pengamatan Eksperimen Pegas

l_0 = 10 cm

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
m(g)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
Δl	0.05	0.1	0.2	0.4	0.75	1.13	1.5	1.8	2.0	2.25	2.40	2.70	2.85	3.10	3.25	3.60	3.75	4.10	4.25	4.50



Bila hanya berpedoman teori dan langsung menganalisa pasangan data m ; l_m maka tidak dapat diketahui alur data linear. Kalau hal ini terus dilakukan dengan data rumus regresi untuk mendapatkan gradient (g/k) dan titik potong (l_0) maka diperoleh:

(g/k) = 0,03 ± 12 % cm/g

l_0 = 9,5 cm

Hasil ini menyimpang dari yang diharapkan. Mestinya l_0 = 10 cm (sesuai data). **<u>"INILAH ANALISA YANG SALAH".</u>** Dari penampilan grafik terlihat jelas alur linearnya baru dimulai dari data ke-6, sehingga data ke-1 sampai dengan data ke-5 tidak perlu dianalisa dengan regresi linear. Hasil analisa dengan rumus regresi didapat nilai

(g/k) = 0,02 ± 1 % cm/g

l_0 = 10 cm

hasil ini akan sesuai dengan keadaan riil pegas ketika tidak ada beban yaitu l_0 = 10 cm (lihat data). **<u>"INILAH ANALISA YANG BENAR"</u>**

SOAL-SOAL LATIHAN :

1. Dengan rumus bandul matematik $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, percepatan gravitasi g hendak ditentukan dalam suatu eksperimen. Period T diukur pada beberapa nilai panjang bandul L. Data yang diperoleh adalah sebagaimana tercantum di bawah. Pakailah metoda kuadrat terkecil untuk menghitung ($g \pm \Delta g$), dengan mengetahui π = 3,142 tepat.

L (m)	T (sekon)
0,60	1,56
0,70	1,68
0,80	1,80
0,90	1,90
1,00	2,00
1,10	2,11
1,20	2,20
1,30	2,28

2. Gunakan metode regresi linier untuk menemukan garis y = A + Bx ,yang paling memenuhi untuk titik-titik (X_i , Y_i) sebagai :

   (1, 12) ;(2, 13); (3, 18); (4, 19); dan (5, 24)

3. Sebuah kereta, diasumsikan berjalan dengan kecepatan konstan dihitung waktunya pada 4 posisi, dengan hasil :

Jarak (feet)	0	3000	6000	9000	12000
Waktu (detik)	17,6	40,4	67,7	90,1	117,3

Dengan menggunakan metode regresi yang memenuhi garis $d = d_0 + vt$, tentukan estimasi kecepatan kereta dan ketidakpastiannya?